DIPLOMSKI IZPIT IZ PEDAGOŠKE MATEMATIKE

1. Komisijo za diplomski izpit sestavljajo: predsednik komisije, mentor pri diplomskem delu in en do dva člana.
2. Diplomski izpit je sestavljen iz dveh delov: ustnega izpita in zagovora diplomskega dela.
3. Pri ustnem izpitu dobi kandidat tri vprašanja: prvo iz analize, drugo iz algebre in tretje iz geometrije.
4. Če kandidat uspešno opravi ustni diplomski izpit, ima v roku enega tedna zagovor diplomskega dela. Pri zagovoru ima na razpolago 20 minut, da pregledno opiše svoje delo. Po tem dobi nekaj vprašanj iz snovi, ki jo obravnava diplomsko delo.
5. Ocena diplomskega izpita je zaokroženo povprečje med povprečno oceno izpitov in vaj iz strokovnih predmetov med študijem, oceno ustnega diplomskega izpita in oceno diplomskega dela z zagovorom.
6. Vprašanja pri ustnem diplomskem izpitu so iz snovi, ki je zajeta v naslednjih poglavjih.

ANALIZA. Metrika na množici, ekvivalenca metrik. Norma in skalarni produkt na vektorskem prostoru. Zaporedja v metričnih prostorih; limite in stekališča. Cauchyjev pogoj, polnost; Banachov izrek o skrčitvah. Kompaktnost, kompaktne množice v evklidskih prostorih; zaporedja v kompaktnih prostorih. Lebesgueova lema o pokritjih. Povezanost. Zvezne preslikave med metričnimi prostori, enakomerna zveznost; zveznost in konvergentna zaporedja. Zvezne preslikave in zvezne realne funkcije na kompaktnih prostorih. Zvezne preslikave na povezanih prostorih.

Obseg realnih števil; polnost. Odvod funkcije in diferencial. Rolleov in Lagrangev izrek, Taylorjeva formula. Lokalni ekstremi funkcij. Riemannov in izlimitirani Riemannov integral. Odnos med integralom in primitivno funkcijo, eksistenca primitivne funkcije. Konvergenca monotonih zaporedij realnih števil. Vrste; konvergenca in absolutna konvergenca. Konvergenčni kriteriji za pozitivne in alternirajoče vrste. Dvojne vrste, množenje vrst. Funkcijska zaporedja in vrste, enakomerna konvergenca. Zveznost, odvajanje in integriranje funkcijskih vrst. Fourierjeve vrste, konvergenca.

Parcialni odvodi. Taylorjeva formula. Diferencial preslikave med dvema evklidskima prostoroma, Jacobijeva matrika; smerni odvodi. Izrek o inverzni funkciji, izrek o implicitni funkciji. Lokalni ekstremi, vezani ekstremi. Riemannov in Lebesgueov integral na $\mathbb{R}^n$, volumen in mera množice v $\mathbb{R}^n$. Substitucija v integralu, Fubinijev izrek. Prostor L^2. Zveznost in odvajanje integralov s parametrom. Skalarna in vektorska polja na 3-razsežnem prostoru. Gradient, rotor in divergenca. Krivuljni in ploskovni integrali skalarnih in vektorskih polj. Krivuljni integral potencialnega vektorskega polja, Stokesov in Gaussov izrek.

Obseg kompleksnih števil. Holomorfne funkcije. Potenčne vrste. Elementarne funkcije pri kompleksnem argumentu. Krivuljni integral v kompleksni ravnini. Cauchyjev izrek in Cauchyjeva integralska formula. Razvoj holomorfne funkcije v Taylorjevo vrsto. Laurentova vrsta in izolirane singularne točke. Residui. Riemannova sfera. Konformne preslikave, Möbiusove transformacije. Regularna parametrizacija krivulje v prostoru. Dolžina krivulje. Tangenta, normala in binormala krivulje, ukrivljenost.

Eksistenčni izreki za diferencialne enačbe. Linearne diferencialne enačbe in linearni sistemi. Variacijski račun, kanonski sistem, izoperimetrični problem in Ljusternikova lema. Diferencialne enačbe v kompleksnem, hipergeometrična funkcija, sferne funkcije, cilindrske funkcije. Linearni diferencialni operator 2. reda. Klasični ortogonalni polinomi.

ALGEBRA. Osnovni pojmi teorije množic. Relacije, funkcije. Delno urejene množice. Aksiom izbire, Zornova lema. Algebraične operacije, splošne lastnosti. Vektorska algebra. Matrična algebra. Determinanta. Linearni (vektorski) prostori. Baza prostora in dimenzija. Linearni podprostori; ravnine. Prostori in algebre linearnih preslikav. Linearne preslikave in matrike. Linearni funkcionali, dualni prostori. Linearne enačbe in sistemi. Lastne vrednosti in lastni vektorji. Karakteristični polinom matrike. Diagonalizacija matrik. Norma in skalarni produkt. Hilbertov prostor. Ortogonalni vektorji in sistemi, ortogonalizacija. Adjungirane preslikave, adjungirane matrike. Unitarni, ortogonalni, Hermitski in normalni operatorji in matrike. Pozitivni operatorji in matrike. Bilinearni in kvadratni funkcionali.

Polgrupe in grupe, splošne lastnosti. Podgrupe in odseki. Podgrupe edinke in faktorske ali kvocientne grupe. Homomorfizmi in izomorfizmi grup, avtomorfizmi. Končne grupe, izreki Sylowa. Permutacijske grupe. Abelove grupe, direktna vsota. Proste Abelove grupe, torzija. Kolobarji in obsegi, osnovne lastnosti in zgledi (kvaternioni). Podkolobarji in ideali. Faktorski ali kvocientni kolobarji, kolobar ostankov. Kolobar celih števil je glavni kolobar, enačba $ax + by = c$ v celih številih. Homomorfizmi in izomorfizmi kolobarjev, lastnosti in zgledi, karakteristika kolobarja. Dodajanje enice (enote) kolobarju. Obseg (polje) ulomkov. Izrek o enolični faktorizaciji v celih številih, primitivne pitagorejske trojice, Eulerjeva funkcija. Glavni kolobarji, deljivost, pogoj naraščajočih verig, izrek o enolični faktorizaciji. Gaussova (cela) kompleksna števila. Kolobarji polinomov: nad komutativnim obsegom (poljem), nad Gaussovim kolobarjem, ničle polinomov in razstavljanje, Wilsonov izrek, nerazcepna Gaussova števila. Kolobarji polinomov več spremenljivk, simetrični polinomi. Moduli, podmoduli, faktorski ali kvocientni moduli, direktne vsote, homomorfizmi. Številski sistemi, praktična pravila za operacije (osnovne, kvadratni koren); deljivost z nekaterimi deljitelji. Periodičnost decimalnega zapisa racionalnih števil. Približne decimalne vrednosti realnih števil. Teorija komutativnih obsegov (polj): algebraične in transcendentne razširitve, končni (Galoisovi) obsegi. Uporaba v geometriji, konstrukcije z ravnilom in šestilom. Mreže, princip dualnosti. Distributivne mreže. Booleove algebre in Booleovi kolobarji.

GEOMETRIJA. Evklidska ravnina. Izometrije in podobnostne preslikave v evklidski ravnini. Skladnost. Ravninski liki. Cevov, Menelajev in Stewartov izrek. Eulerjeva premica. Krog devetih točk. Simsonova premica. Potenca točke na krog, inverzija. Konstrukcije z ravnilom in šestilom. Pravilni večkotniki in pravilna telesa. Zlati rez.

Aksiomi afine ravnine. Afine transformacije. Dilatacije. Afini prostori v vektorskih prostorih. Osnovni izrek afine geometrije. Vloga Desarguesovega in Pappusovega izreka v afini in projektivni geometriji. Projektivni prostori. Osnovni izrek projektivne geometrije. Kolineacije in projektivnosti. Projektivni koordinatni sistem. Dvorazmerje. Harmonična četverka. Perspektivnosti. Polarnosti. Klasifikacija stožnic in ploskev druge stopnje. Geometrija na stožnici. Pascalov izrek.

Ploskve v prostoru $\mathbb{R}^3$, njihove parametrizacije, tangentna ravnina. Metrika na ploskvi (prva fundamentalna forma) in izometričnost ploskev. Druga fundamentalna forma in ukrivljenost ploskev. Geodetske krivulje. Geodetska parametrizacija ploskve. Ploščate ploskve in druge ploskve s konstantno ukrivljenostjo. Gaussov theorema egregium. Gauss-Bonnetov izrek — lokalna in globalna verzija. Vektorska polja na ploskvah in njihove stacionarne točke.

Afine in projektivne kompleksne algebraične krivulje. Singularne točke. Rezultanta dveh krivulj. Bézoutov izrek. Krovne preslikave z razvejišči med krivuljami in razvejiščni indeks. Formula o rodu in stopnji ter Riemann-Hurwitzeva formula. Prevoji projektivnih kompleksnih krivulj.

Ljubljana, 27. junij 2002