Tema: Uvodna ura
Oblika:
Poglavje:
Pripomočki:

1. Prva ura po poletnih počitnicah:
   - Sproščeno srečanje in izmenjava prvih vtisov.
   - Režim v novem šolskem letu:
     - kontrolne naloge
     - spraševanje
2. Učbeniki.
3. Hiter pregled snovi po poglavjih.

Naloga: Ponovitev geometrije iz 2. letnika.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Ploščine in obsegi ravninskih likov
Pripomočki: grafoskop

1. Dijaki skušajo uganiti ploščine in obsege likov na mreži:
   - pravokotnik
   - kvadrat
   - paralelogram
   - romb
   - trapez
   - deltoid
   - trikotnik
   - šestkotnik
2. Skupaj preverimo ali ugotovitve veljajo za:
   - pravokotnik: $S = ab, \quad o = 2(a + b)$
   - kvadrat: $S = a^2, \quad o = 4a$
   - paralelogram: $S = av_a = ab \sin\alpha, \quad o = 2(a + b)$

Naloge:
Računanje ploščin in obsegov iz danih podatkov.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Ploščine in obsegi ravninskih likov
Pripomočki: grafoskop

1. Nadaljevanje:
   - Skupno preverjanje in izpeljava formul za ploščino in obseg:
     - trikotnika
       * pravokotni: $S = \frac{ab}{2}, \quad o = a + b + c$
       * enakostranični: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \quad o = 3a$
       * enakokraki: $S = \frac{av_a}{2}, \quad o = a + 2b$
       * poljubni: $S = \frac{av_a}{2} = \frac{bv_b}{2} = \frac{cv_c}{2}, \quad o = a + b + c$
     - trapeza: $S = \frac{(a+c)v}{2}, \quad o = a + b + c + d$

Naloge:
Računanje ploščin in obsegov iz danih podatkov.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Ploščine in obsegi ravninskih likov
Pripomočki: grafoskop

1. Nadaljevanje:
   - Izpeljava formul za ploščino in obseg:
     - šestkotnika: $S = 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \quad o = 6a$
     - romba: $S = \frac{ef}{2}, \quad o = 4a$
     - deltoida: $S = \frac{ef}{2}, \quad o = 2(a+b)$

Naloge:
Računanje ploščin in obsegov iz danih podatkov.

Domača naloga: Ponovi kosinusni izrek.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Heronov obrazec
Pripomočki:

1. Polmer trikotniku včrtanega kroga: r
   - Izrazimo ploščino trikotnika s stranicami in polmerom:
   $$S = \frac{ar}{2} + \frac{br}{2} + \frac{cr}{2} = \frac{a+b+c}{2}r.$$
   - Označimo izraz: $s = \frac{a+b+c}{2}$.
2. Heronov obrazec:
   $$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$
3. S pomočjo kosinusnega izreka pokažemo, da je to res formula za izračun ploščine poljubnega trikotnika s stranicami a,b,c.

Naloge:
Računanje ploščine s pomočjo obrazca.

Tema: Ploščine, površine in prostornine **Poglavje:** Sinusni izrek
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Polmer trikotniku očrtanega kroga: R
   - Izrazimo najprej vse tri višine poljubnega trikotnika s koti:
   $$v_a = c\sin\beta, \quad v_b = a\sin\gamma, \quad v_c = b\sin\alpha.$$
   - Spomnimo se: $S = \frac{av_a}{2} = \frac{bv_b}{2} = \frac{cv_c}{2}$.
2. Uporabimo zgornje zveze in dobimo:
   $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}.$$
3. S pomočjo trikotniku očrtanega kroga in upoštevanjem zveze: *Obodni kot je polovica središčnega*, dobimo:
   $$\frac{c}{2} = R\sin\gamma, \quad \frac{a}{2} = R\sin\alpha, \quad \frac{b}{2} = R\sin\beta.$$
4. Dobimo sinusni izrek: $\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R.}$

Naloge:
Računanje stranic in kotov s sinusnim izrekom.

Tema: Ploščine, površine in prostornine **Poglavje:** Vaje
Oblika: **Pripomočki:**

1. Dijaki samostojno ali v parih rešujejo naloge, rešitve preverimo skupaj
   - Računanje ploščin in obsegov ravninskih likov.
   - Uporaba Heronovega obrazca.
   - Uporaba sinusnega izreka.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Krog
Pripomočki:

1. Krog:
   - Obseg kroga: $o = 2\pi r$
   - Dolžina krožnega loka:
     Ker kotu 360° ustreza obseg kroga, je
     $$l = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} 2\pi r = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}.$$
   - Radian=kot, katerega krožni lok je enak polmeru.Velja: $360^\circ = 2\pi$ rad.
     Zato za kot α, ki je izražen v radianih, velja
     $$l = r\alpha.$$
   - Ploščina kroga: $S = \pi r^2$
   - Ploščina krožnega izseka:
     $S = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}\pi r^2$ (α izražen v stopinjah)
     $S = \frac{1}{2} r l$ (α izražen v radianih)
   - Ploščina krožnega kolobarja: $S = \pi(R^2 - r^2)$
   - Ploščina krožnega odseka: $S = S(izseka) - S(trikotnika)$

Tema: Ploščine, površine in prostornine **Poglavje:** Vaje
Oblika: **Pripomočki:**

1. Dijaki izmenično rešujejo naloge na tablo
   - Prepoznavanje posameznih likov v sestavljenem liku.
   - Računanje ploščin in obsegov.
   - Uporaba Heronovega obrazca.
   - Kosinusni in sinusni izrek.
   - Krog, krožni izsek, kolobar, odsek.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: Skupinsko delo
Poglavje: Povzetek
Pripomočki: Risalni papir in flomastri

1. Dijaki se razdelijo v skupine in izdelajo plakate z liki in formulami, ki jih bomo nalepili na steno:
   - 1.skupina: Pravokotnik, kvadrat, paralelogram.
   - 2.skupina: Trikotnik.
   - 3.skupina: Šestkotnik, romb, deltoid, trapez.
   - 4.skupina: Heronov obrazec, sinusni izrek.
   - 5.skupina: Krog.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Prizma
Pripomočki: Modeli in mreže prizem

1. Površina prizme:
   - Novi pojmi: osnovna ploskev, stranske ploskve, pokončna prizma, poševna prizma, pravilna prizma, kvader, kocka, paralelepiped, višina prizme, telesna diagonala.
   - Površina prizme: $P = 2S + S_{pl}$
   - Površina plašča: $S_{pl} = ov$
   - Kvader: $P = 2(ab + ac + bc)$
   - Kocka: $P = 6a^2$

Naloge:

1. Računanje površin pravilnih prizem.
2. S pomočjo modelov razvijati prostorsko predstavo.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Prizma
Pripomočki: Modeli in mreže prizem

1. Prostornina prizme:
   - Pojem: prostornina = volumen, enota (kub)
   - Prostornina kvadra: $V = abc$
   - Prostornina kocke: $V = a^3$
   - Poljubna prizma: $V = Sv$, kjer je S ploščina osnovne ploskve in v višina prizme.

Naloge:

1. Računanje prostornin pravilnih prizem.
2. S pomočjo modelov razvijati prostorsko predstavo.
3. Dobro poznavanje ploščin ravninskih likov.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Valj
Pripomočki: Modeli valjev

1. Površina valja:
   - Povezava: Prizma je valj nad večkotnikom.
   - Pojmi: pokončni, poševni valj, višina in stranica valja, središčnica, osni presek
   - Krožni valj: osnovna ploskev je krog; presek krožnega valja
   - Površina valja: $P = 2S + S_{pl}$, kjer je S ploščina osnovne ploskve.
   - Površina plašča: $S_{pl} = ov$, kjer je o obseg osnovne ploskve in v višina valja.

Naloge:

1. Računanje površin valjev.
2. S pomočjo modelov razvijati prostorsko predstavo.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Valj
Pripomočki: Modeli valjev

1. Prostornina pokončnega valja:
   - Formula kot za prizme: $V = Sv$, kjer je S ploščina osnovne ploskve in v višina valja.
   - Vrtenje (rotacija) okrog premice.
   - Pokončni krožni valj (rotacijski valj):

$$S_{pl} = 2\pi rv$$

$$V = \pi r^2 v$$

$$P = 2\pi r^2 + 2\pi rv$$

   - Izsek valja: $V = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}\pi r^2 v$

Naloge:

1. Računanje prostornin valjev.
2. Prepoznati neko telo v besedilu naloge.

Tema: Ploščine, površine in prostornine **Poglavje:** Piramida
Oblika: frontalna **Pripomočki:** Modeli piramid

1. Površina piramide:
   - Pojmi: osnovna ploskev, vrh, osnovni in stranski robovi, višina, stranske višine,...
   - Površina pravilne piramide: $P = S + S_{pl}$, kjer je S ploščina osnovne ploskve in $S_{pl} = \frac{ov_a}{2}$, za o=obseg osnovne ploskve in v_a=stranska višina.

Naloge:

1. Računanje površin pravilnih piramid.
2. Izračunati površino pravilnega tetraedra z robom a: $P = 4\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.
3. Izračunati površino pravilnega oktaedra z robom a: $P = 8\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.
4. Dobro poznavanje ploščin ravninskih likov.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Poglavje: Piramida
Oblika: frontalna
Pripomočki:

1. Cavalierijevo pravilo:
   - Dve telesi, ki imata ploščinsko enako osnovno ploskev in enako višino, imata enako prostornino.
   - Pravilo nam torej omogoča računanje prostornin poševnih prizem, piramid, itd.

Naloge:

1. Uporaba pravila; prepoznavanje podatkov v besedilu nalog.
2. Računanje prostornin poševnih pravilnih teles.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Piramida
Pripomočki: Modeli piramid

1. Prostornina piramide:
   - Izpeljava formule na primeru tristrane pravilne prizme, ki jo razrežemo na tri piramide in s pomočjo Cavalierijevega pravila pokažemo, da imajo enake prostornine.
   - Prostornina piramide: $V = \frac{1}{3}Sv$, kjer je S ploščina osnovne ploskve in v višina piramide.

Naloge:

1. Določi prostornino pravilnega tetraedra: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
2. Določi prostornino pravilnega oktaedra: $V = 2\frac{1}{3}Sv = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
3. Računanje prostornin piramid.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Stožec
Pripomočki: Modeli stožcev

1. Površina stožca:
    - Povezava: Piramida je stožec, ki ima za osnovno ploskev večkotnik.
    - Površina rotacijskega stožca: $P = S + S_{pl}$, kjer je $S = \pi r^2$ in $S_{pl} = \pi r s$ za r=polmer kroga (osnovne ploskve) in s= stranica stožca.

Naloge:

1. Računanje površin pravilnih stožcev.
2. Prepoznavanje stožca v lijaku, vrtenini, itd.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Stožec
Pripomočki: Modeli stožcev

1. Prostornina stožca:
   - Prostornina stožca je: $V = \frac{1}{3}Sv$, kjer je S ploščina osnovne ploskve in v višina stožca.

Naloge:

1. Računanje prostornin stožcev iz danih podatkov.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Krogla
Pripomočki: Modeli krogel

1. Novi pojmi:
   - Krogla, sfera, glavni krog, dve polkrogli.
   - Vrtenje polkroga okrog premera.
   - Presek krogle in ravnine je krog.
2. Prostornina krogle: S pomočjo Cavalierijevega načela pokažemo, da ima polkrogla s polmerom R enako prostornino kot telo, ki ga dobimo, če iz valja s polmerom in višino R izrežemo stožec.
3. Velja: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

Naloge:

1. Računanje prostornin krogel.
2. Uporaba Cavalierijevega načela.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: frontalna
Poglavje: Krogla
Pripomočki: Modeli krogel

1. Površina krogle:
    - Ugotovimo zvezo med površino in prostornino krogle: Površje krogle razrežemo s poldnevniki in vzporedniki na majhne kose s ploščinami S_1, S_2, …, S_n. Vse točke vsake take ploskvice povežemo s središčem krogle in tako dobimo n majhnih piramid s prostorninami $\frac{1}{3}S_1R$, $\frac{1}{3}S_2R$, …, $\frac{1}{3}S_nR$.
    - Velja: $S_1 + S_2 + \ldots + S_n = P$, kjer je P površina krogle.
    - Dobimo zvezo: $V = \frac{1}{3}RP$.
2. Površina krogle s polmerom R: $P = 4\pi R^2$.

Naloge:

1. Računanje površin krogel.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Poglavje: Vaje
Oblika:
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge, ki jih nato skupaj preverimo:
   - Pri ustreznih podatkih za dano telo izračunajo površino, prostornino, višino telesa, stranski in osnovni rob, itd.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: Skupinsko delo

Poglavje: Povzetek
Pripomočki: Risalni papir in flomastri

1. Dijaki se razdelijo v skupine in izdelajo plakate s telesi in formulami, ki jih bomo nalepili na steno:
   - 1.skupina: Prizma.
   - 2.skupina: Valj.
   - 3.skupina: Piramida.
   - 4.skupina: Stožec.
   - 5.skupina: Krogla.

Tema: Ploščine, površine in prostornine **Poglavje:** Ponavljanje za kontrolno nalogo
Oblika: **Pripomočki:**

1. Dijaki rešujejo naloge, ki jih nato skupaj preverimo:
   - Računanje ploščin in obsegov ravninskih likov.
   - Heronov obrazec in sinusni izrek.
   - Računanje površin in prostornin teles.
   - Sestavljene naloge: pri danih podatkih izračunati vse, kar se da.

Tema: Ploščine, površine in prostornine
Oblika: Preizkus znanja

Poglavje: Kontrolna naloga
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge:
   - Računanje ploščin in obsegov ravninskih likov.
   - Heronov obrazec in sinusni izrek.
   - Računanje površin in prostornin teles.
   - Sestavljene naloge: pri danih podatkih izračunajo ploščino stranske ploskve telesa, telesno diagonalo, višino in stransko višino, obseg osnovne ploskve, itd.
   - Pokažejo poznavanje novih pojmov in razumevanje obrazcev.

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Sinus in kosinus
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Ponovitev pojma kota:
   - Enotski krog.
   - Koordinati točke na enotskem krogu.
2. Koordinate krožeče točke v vseh štirih kvadrantih.
3. Periodičnost (Premični krak se po zasuku za poljubno število polnih kotov okrog izhodišča vrne v prvotno lego.)
4. Ponovitev znanih lastnosti:
   - Sodost in lihost: $\sin(-x) = -\sin x, \qquad \cos(-x) = \cos x$
   - Zveza: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Naloge:

1. Načrtati kot, če poznamo npr. $\cos x = \frac{2}{5}$.
2. Izraziti sinus in kosinus topega kota, npr. $420°$, z ostrim kotom.
3. Uporaba sodosti in lihosti.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Sinus in kosinus
Pripomočki:

1. Ponovitev pretvarjanja stopinj v radiane in obratno:
   - Obnovitev znanja o vrednostih funkcij sinus in kosinus za kote: $0°$, $30°$, $45°$, $60°$ in $90°$.
   - Pogledamo vrednosti za kote $180°$, $270°$ in $360°$.
2. Ponazoritev vrednosti sinusa in kosinusa za zgornje kote na enotskem krogu.
3. Uporaba znanih lastnosti za zgornje kote:
   - $\sin(-x) = -\sin x, \qquad \cos(-x) = \cos x$
   - $\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$
   - $\sin x = \sin(x + 2k\pi)$ in
   - $\cos x = \cos(x + 2k\pi).$

Naloge:

1. Načrtati kot, če poznamo npr. $\sin x = \frac{3}{4}$.
2. Načrtati kot, če poznamo npr. $\cos x = -\frac{2}{3}$.
3. Izraziti sinus in kosinus topih kotov z ostrimi koti.
4. Uporaba sodosti, lihosti in periodičnosti.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Adicijska izreka za sinus in kosinus
Pripomočki:

1. Najprej se samo spomnimo, potem dokažemo še s pomočjo adicijskih izrekov:
   - Komplementarni koti: $\cos(90° - x) = \sin x$ in $\sin(90° - x) = \cos x$.
   - Suplementarni koti: $\cos(180° - x) = -\cos x$ in $\sin(180° - x) = \sin x$.
2. Adicijska izreka:
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
3. Dokažemo vektorsko: s skalarnim produktom za kosinus in z zvezo za komplementarne kote za sinus.
4. Sinus in kosinus dvojnega kota:
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

Naloge:

1. Izračunati kosinus in sinus kota 75°.
2. Izračunati kosinus in sinus kota 105°.
3. Znati uporabiti formulo za dvojni kot.
4. Zveze za komplementarne in suplementarne kote.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Adicijska izreka za sinus in kosinus
Pripomočki:

1. Z uporabo sodosti in lihosti dobimo:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta.$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta.$$

2. S pomočjo adicijskih izrekov pokažemo:

$$\cos(x \pm 180^\circ) = -\cos x.$$

$$\sin(x \pm 180^\circ) = -\sin x.$$

3. Preverimo tudi:

$$\cos(x \pm 360^\circ) = \cos x.$$

$$\sin(x \pm 360^\circ) = \sin x.$$

Naloge:

1. Izraziti vrednosti topih kotov z ostrimi: $\cos 130^\circ$, $\sin 110^\circ$, itd.
2. Izraziti $\cos 3x$ s kosinusom.
3. Izraziti $\sin 3x$ s sinusom.
4. Uporaba adicijskih izrekov za kote v stopinjah in radianih.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Grafa funkcij sinus in kosinus
Pripomočki:

1. Najprej narišemo funkcijo sinus s pomočjo enotskega kroga in za začetek se omejimo samo na prvi kvadrant.
   - Funkcija sinus je liha, zato je njen graf simetričen na koordinatno izhodišče.
   - Narišemo graf na intervalu $[-\pi, \pi]$.
   - Ker je sinus periodična funkcija, lahko graf podaljšamo.
2. Sedaj narišemo graf funkcije kosinus, pri čemer upoštevamo, zvezo: $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$.
3. Vidimo, da sta oba grafa omejena z 1 in -1, zapišemo tudi njune ničle.
4. Risanje grafov:
   - Rišemo graf funkcije $y = 2\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6})$, zato, da dijaki spoznajo pojem raztega in premika.
   - Narišemo še več podobnih primerov, tudi za kosinus.

Naloge:

1. Risanje grafov funkcij sinus in kosinus s premiki in raztegi: znati izračunati ničle; kje ima funkcija največje in najmanjše vrednosti.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna

Poglavje: Grafa funkcij sinus in kosinus
Pripomočki:

1. Nadaljujemo z risanjem grafov funkcij sinus in kosinus z računanjem ničel:

   - Narišemo različne primere, da se utrdi pojem premika in raztega:

     (a) $y = -2\sin(3x - \frac{\pi}{2})$

     (b) $y = 3\cos(x + \frac{\pi}{3})$

     (c) $y = |\cos x|$

     (d) $y = 1 - \cos x$

     (e) $y = 2 + \sin x$

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Grafa funkcij sinus in kosinus
Pripomočki:

1. Nadaljujemo z risanjem grafov funkcij sinus in kosinus:
   - Dijaki rišejo grafe funkcij na tablo:
     (a) $y = |\sin x|$
     (b) $y = \frac{1}{\cos x}$
   - Risanje s pomočjo posrednih funkcij:
     (a) $y = -\frac{1}{2}\sin(2x - 3)$
     (b) $y = \cos x^2$
     (c) $y = \cos(\frac{2}{x})$

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Tangens in kotangens
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Definicija:
$$\mathrm{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\mathrm{ctg}x = \frac{\cos x}{\sin x}$$
   - Zveze: $1 + \mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
     $1 + \mathrm{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
2. Obe funkciji sta lihi.
3. Komplementarni koti:
$$\mathrm{tg}x = \mathrm{ctg}(90^\circ - x)$$
$$\mathrm{ctg}x = \mathrm{tg}(90^\circ - x)$$
4. Suplementarni koti:
$$\mathrm{tg}(180^\circ - x) = -\mathrm{tg}x$$
$$\mathrm{ctg}(180^\circ - x) = -\mathrm{ctg}x$$
5. Obe funkciji sta periodični s periodo π.
6. Dopolnimo tabelo z vrednostmi obeh funkcij za nekatere posebne kote.
7. Risanje na enotskem krogu.

Naloge:

1. Izračunamo nekaj primerov z uporabo zvez.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna

Poglavje: Adicijska izreka za tangens in kotangens
Pripomočki:

1. Adicijska izreka:

$$\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta}$$

$$\mathrm{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}$$

2. Dvojni koti:

$$\mathrm{tg}2x=\frac{2\mathrm{tg}x}{1-\mathrm{tg}^2x}$$

$$\mathrm{ctg}2x=\frac{\mathrm{ctg}^2x-1}{2\mathrm{ctg}x}$$

Naloge:

1. Izračunamo še nekaj primerov z uporabo vseh znanih zvez za funkciji tangens in kotangens:
   (a) Izračunaj tg15°.
   (b) Izračunaj ctg105°.
   (c) Izračunaj $\sin 2x$, če je ctg$x=2$.
   ⋮

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Grafa funkcij tangens in kotangens
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Začnemo s funkcijo tangens in iz definicije razberemo ničle in pole funkcije.
2. Narišemo del grafa s pomočjo enotskega kroga v prvem kvadrantu.
3. Upoštevamo lihost funkcije tangens $\Longrightarrow$ simetričnost grafa glede na koordinatno izhodišče.
4. Narišemo graf na intervalu $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
5. Upoštevamo periodičnost in dobimo graf na celi realni osi.
6. Sedaj se spomnimo zveze za komplementarne kote, upoštevamo lihost funkcije tangens ($\mathrm{ctg}x = -\mathrm{tg}(x - 90°)$) in dobimo graf funkcije kotangens.

Naloge:

1. Risanje grafov funkcij tangens in kotangens s premiki in raztegi: znati izračunati ničle in pole.

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Vaje
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Reševanje nalog z uporabo zvez za funkcije sinus, kosinus, tangens in kotangens.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Vaje
Pripomočki:

1. Risanje grafov kotnih funkcij:
   - Računanje ničel in polov.
   - Risanje s posredno funkcijo.
   - Obvladati premike in raztege grafov funkcij.

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Faktorizacija
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. S pomočjo adicijskih izrekov za sinus in kosinus dobimo:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Naloge:

1. Reševanje nalog s pomočjo faktorizacije izrazov.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Antifaktorizacija (razčlenitev)
Pripomočki:

1. V formule za faktorizacijo namesto α in β vstavimo $\alpha+\beta$ in $\alpha-\beta$ in dobimo:

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = -\frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta))$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta))$$

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$$

Naloge:

1. Reševanje nalog s pomočjo faktorizacije in razčlenjevanja izrazov.

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Vaje
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Pogledamo še kotne funkcije polovičnih kotov:
   (a) $\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}=1$
   (b) $\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}=\cos\alpha$
2. Če ti dve enačbi seštejemo in odštejemo, dobimo zvezi:
   (a) $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$
   (b) $\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

Naloge:

1. Uporaba adicijskih izrekov.
2. Faktorizacija izrazov.
3. Razčlenjevanje produkta dveh kotnih funkcij.

Tema: Kotne funkcije
Poglavje: Vaje
Oblika: frontalna
Pripomočki:

1. Risanje grafov kotnih funkcij.

Naloge:

1. Poiskati ničle in pole funkcije.
2. Uporaba posredne funkcije.
3. Premiki in raztegi grafov.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje

Poglavje: Ponavljanje za šolsko nalogo
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo.

Naloge:

1. Primeri nalog iz geometrije.
2. Poznavanje zvez med kotnimi funkcijami.
3. Uporaba adicijskih izrekov.
4. Faktorizacija izrazov.
5. Razčlenjevanje produkta dveh kotnih funkcij.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: preizkus znanja
Poglavje: 1. šolska naloga
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge:
   (a) Geometrija ravninskih likov.
   (b) Prostornine in površine teles.
   (c) Kotne funkcije:
      - Poznavanje zvez med kotnimi funkcijami.
      - Uporaba adicijskih izrekov.
      - Faktorizacija izrazov.
      - Razčlenjevanje produkta dveh kotnih funkcij.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Krožne funkcije
Pripomočki:

1. So funkcije, ki so inverzne kotnim funkcijam.
2. Graf inverzne funkcije je zrcalna slika dane funkcije glede na simetralo lihih kvadrantov.
3. Arkus sinus: $y = \sin x \Longleftrightarrow x = \arcsin y$
   - Graf funkcije: $y = \arcsin x$
4. Arkus kosinus: $y = \cos x \Longleftrightarrow x = \arccos y$
   - Graf funkcije: $y = \arccos x$
5. Arkus tangens: $y = \mathrm{tg} x \Longleftrightarrow x = \mathrm{arctg} y$
   - Graf funkcije: $y = \mathrm{arctg} x$
6. Arkus kotangens: $y = \mathrm{ctg} x \Longleftrightarrow x = \mathrm{arcctg} y$
   - Graf funkcije: $y = \mathrm{arcctg} x$

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje

Poglavje: Krožne funkcije
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo:

Naloge:

1. Računanje osnovnih vrednosti, npr. $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$, ker je $\sin\frac{\pi}{2} = 1$
2. Računanje osnovnih vrednosti s pomočjo enotskega kroga.
3. Računanje vrednosti s kalkulatorjem; izražanje v radianih.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Trigonometrične enačbe
Pripomočki:

1. Definicija: So enačbe, v katerih neznanka nastopa v argumentu kotne funkcije.
2. Upoštevanje periodičnosti!
3. Splošni primeri:
   - $\sin x = a$
   - $\cos x = a$
   - $\mathrm{tg} x = a$
   - $\mathrm{ctg} x = a$

Naloge:

1. Rešimo nekaj primerov s pomočjo grafov in enotskega kroga.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Trigonometrične enačbe
Pripomočki:

1. Pogledamo nekaj tipov preprostih enačb:

   (a) Če v enačbi nastopa samo ena kotna funkcija z istim argumentom, vpeljemo novo neznanko.
   Primer: $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$. Nova neznanka: $\cos x = u$.

   (b) Če v enačbi nastopa več kotnih funkcij, poskusimo vse izraziti z eno kotno funkcijo.
   Primer: $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$. Izrazimo $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ in dobimo enačbo tipa (a).

   (c) Če lahko enačbo s pomočjo zvez med kotnimi funkcijami preuredimo v homogeno trigonometrično enačbo, jo rešimo z vpeljavo nove neznanke $\mathrm{tg}x = u$.
   Primer:$\cos^2 x + \sin 2x = \sin^2 x$. Preuredimo v homogeno enačbo $\cos 2x + \sin 2x = 0$.

   (d) Metoda polovičnih kotov, oz. uporaba zvez: $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ in $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$.
   Primer: $2\cos x + \sin x = 1$. Dobimo homogeno kvadratno enačbo.

   (e) Rešimo z razcepom, oz. s faktorizacijo.
   Primer: $\cos 4x + \sin 2x = \sin 3x - \cos x$.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje
Poglavje: Trigonometrične enačbe
Pripomočki:

Naloge:

1. Rešimo nekaj preprostih trigonometričnih enačb:
   - s pomočjo enotskega kroga ali grafa ustrezne funkcije
   - s prevedbo na obliko, v kateri nastopa ena kotna funkcija
   - z uvedbo nove neznanke $\mathrm{tg}x = u$
   - z metodo polovičnih kotov
   - s faktorizacijo

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje

Poglavje: Trigonometrične enačbe
Pripomočki:

Naloge:

1. Reševanje zahtevnejših trigonometričnih enačb:
   - s prevedbo na obliko, v kateri nastopa ena kotna funkcija
   - z uvedbo nove neznanke $\mathrm{tg}x = u$
   - z metodo polovičnih kotov
   - s faktorizacijo

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. RAVNINSKA TRIGONOMETRIJA:

- Trikotnik:
  - Ponovitev kosinusnega in sinusnega izreka.
  - Tangensni izrek:

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}} \qquad \frac{b-c}{b+c}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\beta-\gamma}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\beta+\gamma}{2}} \qquad \frac{a-c}{a+c}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\gamma}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\gamma}{2}}$$

  - Tangensni izrek dokažemo s pomočjo sinusnega izreka.
  - Tangensi polovičnih trikotnikovih kotov:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{r}{s-a}=\frac{S}{s(s-a)}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}=\frac{r}{s-b}=\frac{S}{s(s-b)}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}=\frac{r}{s-c}=\frac{S}{s(s-c)}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$

za stranice trikotnika a, b, c, polmer trikotniku včrtanega kroga $r=\frac{S}{s}$ in ploščino trikotnika $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, pri čemer je $s=\frac{a+b+c}{2}$, $s-a, s-b, s-c$ pa so odseki med dotikališči včrtanega kroga.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. RAVNINSKA TRIGONOMETRIJA:

   - Ploščina trikotnika:
     - Spomnimo se: $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta$
     - Upoštevamo sinusni izrek in dobimo nov obrazec:

$$S = 2R^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$$

     - Če zmnožimo enačbe za tangense polovičnih kotov v trikotniku in nadomestimo rs s ploščino S, dobimo:

$$S = r^2 \mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2} \cdot \mathrm{ctg}\frac{\beta}{2} \cdot \mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}$$

       oziroma

$$S = s^2 \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} \cdot \mathrm{tg}\frac{\beta}{2} \cdot \mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}$$

Naloge:

1. Razreševanje trikotnikov:

   - Kosinusni izrek.
   - Sinusni izrek.
   - Tangensni izrek.
   - Obrazci za ploščino trikotnika.

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Uporaba kotnih funkcij
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. RAVNINSKA TRIGONOMETRIJA:
   - Paralelogram:
     - Z diagonalo BD ga razdelimo na dva skladna trikotnika.
     - Kosinusni izrek za diagonali:

$$f^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$$

$$e^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta.$$

     - Kosinusni izrek za stranici:

$$a^2 = (\frac{e}{2})^2 + (\frac{f}{2})^2 - \frac{1}{2}ef\cos\varphi$$

$$b^2 = (\frac{e}{2})^2 + (\frac{f}{2})^2 + \frac{1}{2}ef\cos\varphi$$

     - Vsota enačb nam da *paralelogramsko pravilo*:

$$a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(e^2 + f^2)$$

   - Ploščina paralelograma: $S = ab\sin\alpha$ in $S = \frac{1}{2}ef\sin\varphi$.

Naloge:

1. Razreševanje paralelogramov.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje
Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. RAVNINSKA TRIGONOMETRIJA:
   - Razreševanje trikotnika in paralelograma:
     - Uporaba znanih izrekov.
     - Računanje ploščine.
     - V paralelogramu 'videti' ustrezen trikotnik.
     - Sestavljene naloge.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. RAVNINSKA TRIGONOMETRIJA:
   - Trapez:
     - Z diagonalo AC ali BD ga lahko razdelimo na dva trikotnika.
     - Z vzporednico kraku ga lahko razdelimo na paralelogram in trikotnik.
     - Pri reševanju se opremo na trikotnik s tremi znanimi količinami in uporabimo ustrezen izrek.

Naloge:

1. Razreševanje trapezov.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje
Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. RAVNINSKA TRIGONOMETRIJA:
   - Razreševanje trikotnika, paralelograma in trapeza:
     - Uporaba znanih izrekov.
     - Računanje ploščin.
     - Iz znanih podatkov izračunati ustrezne manjkajoče podatke.
     - Sestavljene naloge - paralelogram ali trapez z diagonalo razdeliti na ustrezna trikotnika.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. PROSTORSKA TRIGONOMETRIJA:
   - Vrtenine:
     - Pri vrtenju trikotnika okrog najdaljše stranice dobimo dva zlepljena stožca. (model!)
     - S pomočjo znanih podatkov izračunati manjkajoče podatke in iz njih površino in prostornino rotacijskega telesa.
     - Ponoviti prostornine in površine geometrijskih teles.

Naloge:

1. Razreševanje vrtenin.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: vaje

Poglavje: Uporaba kotnih funkcij
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo:
   - Razreševanje vrtenin s pomočjo razreševanja trikotnika, paralelograma in trapeza:
     - Uporaba znanih izrekov.
     - Računanje površin in prostornin.
     - V vrtenini prepoznati znana geometrijska telesa.

Tema: Kotne funkcije
Oblika:

Poglavje: Ponavljanje za kontrolno nalogo
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge, ki jih nato skupaj preverimo:
   - Grafi kotnih funkcij.
   - Trigonometrične enačbe.
   - Razreševanje trikotnikov, paralelogramov in trapezov.
   - Razreševanje geometrijskih teles.

Domača naloga:
Rešiti naloge do konca; naslednjo uro skupaj rešimo, kar ni šlo.

Tema: Kotne funkcije **Poglavje:** Ponavljanje za kontrolno nalogo
Oblika: **Pripomočki:**

1. Skupaj preverimo naloge, ki jih dijaki niso znali rešiti doma:
   - Risanje grafov kotnih funkcij.
   - Trigonometrične enačbe.
   - Razreševanje likov in teles.

Tema: Kotne funkcije
Oblika: preizkus znanja
Poglavje: Kontrolna naloga
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge:
   - Risanje grafov kotnih funkcij.
   - Preproste in zahtevnejše trigonometrične enačbe.
   - Razreševanje geometrijskih likov.
   - Razreševanje geometrijskih teles.
   - Izražajo iskane količine iz obrazcev.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Definicija polinoma
Pripomočki:

1. Polinomi:
   - Vsota polinomov:
     - je spet polinom
     - na preprostem primeru pokažemo, kako se jo izračuna
     - pogledamo še splošni primer
     - komutativnost in asociativnost seštevanja ter distributivnost
     - seštejemo člene iste stopnje v obeh polinomih
   - Razlika polinomov:
     - kar velja za vsoto, velja tudi za razliko

Naloge:

1. Računanje vsot dveh polinomov.
2. Računanje razlik dveh polinomov.
3. Vsote in razlike večih polinomov.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Produkt polinomov
Pripomočki:

1. Produkt polinomov:
   - je spet polinom
   - na preprostem primeru pokažemo, kako se ga izračuna
   - pogledamo še splošni primer
   - distributivnost in množenje potenc z enako osnovo
   - člene enakih stopenj zapišemo drugega pod drugim in jih seštejemo
   - če sta bili stopnji prvotnih polinomov m in n, je produkt stopnje $m+n$

Naloge:

1. Računanje produkta dveh polinomov.
2. Izračunamo kvadrat trinoma.
3. Poskusimo zapisati dani polinom četrte stopnje kot produkt dveh trinomov s celimi koeficienti (*svobodni člen danega polinoma je enak produktu svobodnih členov iskanih trinomov*).
4. Poskusimo zapisati dani polinom četrte stopnje kot popoln kvadrat trinoma s celimi koeficienti.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Razcep polinomov
Pripomočki:

1. Razcep polinoma:
   - polinom p zapišemo kot produkt dveh polinomov s koeficienti v isti množici števil, kot so koeficienti polinoma p
   - $p(x) = q(x) \cdot r(x)$
   - vsak faktor mora biti vsaj prve stopnje
2. Nekaj primerov:
   - razcep v množici celih števil: $p(x) = x^2 - 1$
   - razcep v množici racionalnih števil: $p(x) = x^2 - \frac{1}{4}$
   - razcep v množici realnih števil: $p(x) = x^2 - 3$
   - razcep v množici kompleksnih števil: $p(x) = x^2 + 1$
3. Razcep polinoma druge stopnje v realnem obstaja, če je diskriminanta $D = b^2 - 4ac \geq 0$.
4. Razcepi binomov, ki so vsote ali razlike potenc z enakimi eksponenti:
   - $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
   - $a^2 + b^2 = (a - bi)(a + bi)$
   - $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
   - $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

   $\vdots$
5. Razcep z dopolnitvijo do popolnega kvadrata.
   Primer: $x^4 + 1 = (x^4 + 2x^2 + 1) - 2x^2 = (x^2 + 1)^2 - (x\sqrt{2})^2 = (x^2 - x\sqrt{2} + 1)(x^2 + x\sqrt{2} + 1)$
6. Razcep z združevanjem členov:
   Primer: $x^3 - 2x^2 - x + 2 = x^2(x - 2) - 1(x - 2) = (x - 2)(x - 1)(x + 1)$

Naloge:

1. Razcepi polinomov v realnem.
2. Razcepi polinomov v kompleksnem.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Razcep polinomov
Pripomočki:

1. Posebni primeri razcepov v realnem:
   - $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + 1) - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$
   - $x^3 + x + 2 = (x^3 + 1) + (x + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 2)$
   - $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = (x^4 + x^3 + x^2) + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 + 1)$
   - $x^3 + 8x^2 + 5x - 14 = (x^3 + 7x^2) + (x^2 + 5x - 14) = (x + 7)(x + 2)(x - 1)$
   - $x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1) = (x + 3)(x - 3)(x^2 + 1)$
   - $x^4+2x^3-12x^2-18x+27 = (x^4+2x^3-3x^2)-(9x^2+18x-27) = (x^2+2x-3)(x^2-9) =$
     $= (x + 3)^2(x - 1)(x - 3)$

Naloge:

1. Razcepi v realnem.
2. Razcepi v kompleksnem.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije **Poglavje:** Deljenje polinomov
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Osnovni izrek o deljenju števil velja tudi za polinome:
   - *Za polinoma p stopnje n in q stopnje m, $n \geq m$, obstajata enolično določena polinoma k in r, tako da velja:*
   $$p(x) = k(x) \cdot q(x) + r(x)$$
   in je stopnja polinoma r manjša od stopnje polinoma q ali pa je $r(x) = 0$.
   - Naredimo preprost primer.
   - Pri deljenju dveh polinomov delimo prvi člen deljenca s prvim členom delitelja.
   - Rešimo še nekaj primerov.
   - Če je ostanek pri deljenju polinoma p s polinomom q enak 0, pravimo, da je p *deljiv s* q ali da q *deli* p.

Naloge:

1. Deljenje polinomov.
2. Uporaba izreka o deljenju polinoma s polinomom.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Deljenje polinomov
Pripomočki:

1. Deljenje polinomov.
   - Zapiši količnik in ostanek.
   - Ali je p deljiv s q?
   - Rešimo še nekaj primerov.
2. Dokažemo osnovni izrek o deljenju polinomov.

Naloge:

1. Deljenje polinomov.
2. Uporaba izreka o deljenju polinoma s polinomom.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Ničle polinoma
Pripomočki:

1. Vrednost polinoma pri določenem $x = x_1$.
2. *Definicija:* Število x_1 je *ničla* polinoma p, če je $p(x_1) = 0$.
   - x_1 je ničla polinoma $p \Longleftrightarrow$ ko je p deljiv z $(x - x_1)$. Torej: $p(x) = (x - x_1) \cdot k_1(x)$.
3. Polinom p ima ničlo x_1 stopnje r, če ga lahko zapišemo v obliki: $p(x) = (x - x_1)^r \cdot k_r(x)$ in je $k_r(x) \neq 0$.

Naloge:

1. Računanje vrednosti polinoma: x nadomestimo z x_1.
2. Računanje vrednosti z deljenjem polinoma p z $(x - x_1)$: ostanek pri deljenju je $p(x_1)$.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Ničle polinoma
Pripomočki:

1. Število ničel ne presega stopnje polinoma.
2. Dokaz.
3. Primeri iz množice kompleksnih števil:
   - Linearni polinom $p(x) = ax + b$ ima natanko eno ničlo: $x = -b \cdot a^{-1}$
   - Kvadratni polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ ima natanko dve ničli: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
   - Pri kubnih polinomih se omejimo na primere, kjer ničle izračunamo z razstavljanjem (kubni polinom ima natanko tri ničle):
     - $p(x) = x^3 + 1$
     - $p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$
   - Polinom četrte stopnje ima natanko štiri ničle: $p(x) = x^4 - 1$
   - Polinom pete stopnje ima natanko pet ničel.
     Primer: $p(x) = 2x^5 - 5x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 2x$

Naloge:

1. Računanje vrednosti z deljenjem polinoma p z $(x - x_1)$: ostanek pri deljenju je $p(x_1)$.
2. Razcepi polinom in ugotovi njegove ničle.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Osnovni izrek algebre
Pripomočki:

1. Polinom stopnje n ima natanko n ničel v množici kompleksnih števil.
2. Dokaz je prezahteven.
3. *Osnovni izrek algebre:* Vsak polinom s kompleksnimi koeficienti, ki ni konstanta, ima vsaj eno kompleksno ničlo.
4. Omenimo še:
   - Polinom z realnimi koeficienti ima kompleksne ničle v konjugiranih parih.
   - Vsak polinom lihe stopnje z realnimi koeficienti ima vsaj eno realno ničlo.

Naloge:

1. Računanje ničel polinomov s pomočjo novih izrekov.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Osnovni izrek algebre
Pripomočki:

1. Zapis polinoma, če poznamo njegove ničle.
2. Zapis polinoma, če poznamo njegove ničle in vrednost pri nekem $x = x_1$.

Naloge:

1. Računanje ničel polinomov z realnimi in kompleksnimi koeficienti.
2. Zapis polinoma, če poznamo njegove ničle in vrednost za nek $x = x_1$.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Hornerjev algoritem
Pripomočki:

1. Vrednost polinoma smo računali na dva načina:
   - V $p(x)$ smo x nadomestili s številom x_1.
   - Polinom $p(x)$ smo delili s polinomom $(x - x_1)$ in ostanek je bil vrednost polinoma.
2. Lotimo se drugega načina s Hornerjevim algoritmom.
   - Algoritem pokažemo na nekaj primerih.
   - Postopek zapišemo še za splošen primer.

Naloge:

1. Računanje ničel in vrednosti polinomov s Hornerjevim algoritmom.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: vaje
Poglavje: Hornerjev algoritem
Pripomočki:

1. Vrednosti polinomov računamo na tri načine:
   - V $p(x)$ nadomestimo x s številom x_1.
   - Polinom $p(x)$ delimo s polinomom $(x - x_1)$ in ostanek je vrednost polinoma.
   - Hornerjev algoritem.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije **Poglavje:** Iskanje ničel polinoma
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Izrek: Če je okrajšani ulomek $\frac{c}{d}$ racionalna ničla polinoma $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$ s celimi koeficienti, potem c deli a_0 in d deli a_n.
2. Dokaz.
3. Posledica: Racionalne ničle polinoma s celimi koeficienti in vodilnim koeficientom 1 so cela števila.

Naloge:

1. Računanje kandidatov za ničle.
2. Računanje ničel.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: vaje

Poglavje: Iskanje ničel polinoma
Pripomočki:

1. S pomočjo svobodnega člena in vodilnega koeficienta polinoma poiščemo kandidate za ničle.
2. Računanje vrednosti polinoma na vse tri načine:
   - x nadomestimo z x_1
   - polinom delimo z $(x - x_1)$
   - Hornerjev algoritem

Tema: Polinomi in racionalne funkcije **Poglavje:** Bisekcija
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Numerična metoda: razpolavljanje intervala.
2. Pogoj: polinom je na krajiščih intervala različno predznačen.
3. Metoda je zamudna:
   - Interval $[a, b]$ razdelimo na intervala $[a, c]$ in $[c, b]$, kjer je $c = \frac{a+b}{2}$.
   - Izračunamo $p(c)$.
   - Če je $p(c) = 0$, smo končali, sicer nadaljujemo postopek.

Naloge:

1. Rešimo nekaj primerov.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Odvod polinoma
Pripomočki:

1. $p(x) = x^n \Longrightarrow p\,'(x) = nx^{n-1}$
2. $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \Longrightarrow p\,'(x) = na_n x^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + \cdots + a_1$
3. Nekaj primerov.
4. Odvod produkta dveh funkcij:
   $p(x) = q(x) \cdot r(x) \Longrightarrow p\,'(x) = q\,'(x) \cdot r(x) + q(x) \cdot r\,'(x)$
5. Nekaj primerov.
6. Odvod potence polinoma:
   $p(x) = q^n(x) \Longrightarrow p\,'(x) = nq^{n-1}(x) \cdot q\,'(x)$
7. Računanje stacionarnih točk polinoma (*ničle odvoda*).
8. Enačba tangente na polinom v dani točki (*vrednost odvoda v dani točki je smerni koeficient tangente*).

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: vaje
Poglavje: Ponavljanje za šolsko nalogo
Pripomočki:

Dijaki rešujejo naloge na tablo:

1. Trigonometrične enačbe.
2. Razreševanje geometrijskih likov in teles.
3. Polinomi:
   (a) Vsota, produkt, razcep polinoma.
   (b) Deljenje polinomov.
   (c) Iskanje ničel:
      - Hornerjev algoritem
      - Osnovni izrek algebre

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Poglavje: 2. šolska naloga
Oblika: preizkus znanja
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge:
   (a) Trigonometrične enačbe.
   (b) Razreševanje geometrijskih likov in teles.
   (c) Polinomi:
      - Vsota, produkt, razcep polinoma.
      - Deljenje polinomov.
      - Iskanje ničel:
         - Hornerjev algoritem
         - Osnovni izrek algebre

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Graf polinoma
Pripomočki:

1. Na intervalu med dvema ničlama ima polinom stalen predznak.
   - Nerazcepni kvadratni faktor ima stalen predznak.
   - Linearni faktor spremeni predznak samo v ničli.
   - V ničli lihe stopnje graf preide iz ene strani abscise na drugo. V ničli sode stopnje se graf abscise samo dotakne.
   - Pokažemo na primeru: $p(x) = (x+3)(x-1)^2(x-2)$
2. Načrtamo graf polinoma:
   - Najprej izračunamo njegove ničle.
   - Izračunamo še nekaj točk pri izbiri celih x in jih zapišemo v tabelo.
   - Narišemo graf.
3. Približen potek grafa:
   - Če med kandidati za ničle nobeno število ni ničla, izračunamo s Hornerjevim algoritmom nekaj vrednosti funkcije za cele x in gledamo, kje se menja predznak. Stopnja polinoma nam pove, koliko je ničel.
4. Če imamo nerazcepni faktor tretje stopnje, si spet pomagamo s tabelo z nekaj vrednostmi za cele x.

Naloge:

1. Narišemo nekaj grafov funkcij.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Poglavje: Graf polinoma
Oblika: vaje
Pripomočki:

1. Risanje grafov polinomov:
   - Določanje ekstremov z odvodom polinoma.
   - Iskanje ničel (*ničle sode in lihe stopnje*).
   - Spreminjanje predznaka.
   - Računanje vrednosti za nekatere cele x.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Racionalne funkcije
Pripomočki:

1. Definicija: $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$
2. Racionalno funkcijo pišemo v okrajšani obliki (povečamo njeno definicijsko območje).
3. Vsako racionalno funkcijo (*stopnja števca* $\geq$ *stopnja imenovalca*) lahko zapišemo kot vsoto polinoma in racionalne funkcije s števcem, ki je nižje stopnje od imenovalca.
4. Kritične točke:
   - Ničle števca so ničle racionalne funkcije.
   - Ničle imenovalca so poli racionalne funkcije.
   - Ničle in poli so kritične točke racionalne funkcije.

Naloge:

1. Zapis racionalne funkcije v okrajšani obliki.
2. Zapis racionalne funkcije kot vsote polinoma in 'ostanka'.
3. Računanje kritičnih točk.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Racionalne funkcije
Pripomočki:

1. Racionalna funkcija spremeni predznak kvečjemu pri prehodu skozi kritično točko. Za števec in imenovalec velja:
   - Nerazcepni kvadratni faktor ima stalen predznak.
   - Linearni faktor spremeni predznak samo v ničli lihe stopnje.
   - Če je linearni faktor sode stopnje, ne spremeni predznaka.
2. Racionalna funkcija je definirana na vsej realni osi, razen v polih, kjer njena vrednost raste prek vsake meje ali pa pada pod vsako mejo.
3. Asimptota:
   - Če je x_i pol funkcije, je premica $x = x_i$ *navpična asimptota* grafa funkcije.
   - Če lahko racionalno funkcijo zapišemo kot vsoto konstante a in racionalne funkcije s števcem, ki je nižje stopnje od imenovalca, je premica $y = a$ *vodoravna asimptota* grafa funkcije.
   - Ker lahko vsako racionalno funkcijo zapišemo kot vsoto polinoma $p(x)$ in racionalne funkcije s števcem, ki je nižje stopnje od imenovalca, je premica $y = p(x)$ *asimptota* grafa funkcije.
   - Če je števec nižje stopnje od imenovalca, je os x *asimptota* grafa funkcije.

Naloge:

1. Računanje ničel, polov in asimptot.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Grafi racionalnih funkcij
Pripomočki:

1. Narišemo nekaj primerov:
   - Izračunamo ničle, pole, asimptote.
   - Izračunamo še nekaj vrednosti funkcije pri celih x.
   - Na realni osi posebej zapišemo spreminjanje predznaka.
2. $f(x) = \frac{1}{x}$
3. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$
4. $f(x) = \frac{1}{x^2}$
5. $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$
6. $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2}$

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Grafi racionalnih funkcij
Pripomočki:

1. Narišemo še nekaj primerov in pri tem:
   -izračunamo ničle, pole, asimptote
   -izračunamo še nekaj vrednosti funkcije pri celih x
   -na realni osi posebej zapišemo spreminjanje predznaka
   -posebej opozorimo na presečišče grafa z asimptoto.
2. $f(x) = \frac{x^2-3x-10}{x-3}$
3. $f(x) = \frac{-x^3-2x^2-x}{x+2}$
4. $f(x) = \frac{x^3-3x^2+x-3}{x^2-2x+1}$
5. $f(x) = \frac{-x^3+2x^2}{x^2+1}$
6. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Poglavje: Grafi racionalnih funkcij
Oblika: vaje
Pripomočki:

1. Dijaki rišejo grafe na tablo:
   - Izračunajo ničle, pole, asimptote.
   - Izračunajo še nekaj vrednosti funkcije pri celih x.
   - So pozorni na spreminjanje predznaka.

Tema: Polinomi in racionalne funkcije **Poglavje:** Racionalne enačbe in neenačbe
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Definicija: Enačba je *racionalna*, če se neznanka pojavi v imenovalcu racionalnega izraza.
2. Potek reševanja:
   - Izločimo vrednosti, kjer je imenovalec enak nič.
   - Enačbo prevedemo v polinomsko obliko.
   - Rešimo enačbo.
   - Preverimo ali je rešitev preoblikovane enačbe tudi rešitev racionalne enačbe.
3. Rešimo nekaj primerov:
   - $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$
   - $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2x+4}$
   - $\frac{x^2+6}{3x^2-9x} - \frac{2x+4}{x-3} = \frac{1}{3}$

   $\vdots$

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: frontalna
Poglavje: Racionalne enačbe in neenačbe
Pripomočki:

1. Definicija: Neenačba je *racionalna*, če se neznanka pojavi v imenovalcu racionalnega izraza.
2. Potek reševanja:
   Rešujemo jih tako kot vse neenačbe in hkrati upoštevamo pravila za reševanje racionalnih enačb.
3. Racionalna neenačba ima lahko:
   - končno mnogo rešitev
   - neskončno mnogo rešitev
   - nobene rešitve
4. Rešitev prikažemo tudi na številski premici.
5. Rešimo nekaj primerov:
   - $\frac{3}{x} < \frac{1}{2}$
   - $\frac{2x}{x-4} - \frac{2}{x+1} < 1$
   - $\frac{x+2}{x-2} - \frac{13-x}{x^2-4} < x$

   $\vdots$

Tema: Polinomi in racionalne funkcije
Oblika: vaje
Poglavje: Racionalne enačbe in neenačbe
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo racionalne enačbe in neenačbe na tablo.
2. Preverijo ustreznost rešitev.
3. Rešitve neenačb prikažejo na številski premici.

Tema: Krivulje drugega reda **Poglavje:** Kot med premicama
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Ponovitev linearne funkcije.
2. Kot med premicama:
   - Smerni koeficient premic: $k_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \mathrm{tg}\alpha$ in enako $k_2 = \mathrm{tg}\beta$
   - Narišemo skico!
   - Po adicijskem izreku za tangens dobimo:
   $$\mathrm{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$
   - Opomba: Kota med premicama sta φ in φ_1 in velja $\mathrm{tg}\varphi_1 = -\mathrm{tg}\varphi$
   - Zato definiramo:
   $$\mathrm{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$$
3. Premici sta vzporedni natanko tedaj, ko je $k_1 = k_2$
4. Premici sta med seboj pravokotni natanko tedaj, ko velja $k_1 \cdot k_2 = -1$.
5. Na nekaj preprostih primerih izračunamo kot med premicama.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: vaje
Poglavje: Kot med premicama
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge, ki jih skupaj preverimo:
   (a) Računanje kota med premicama.
   (b) Vzporednost premic.
   (c) Pravokotnost premic.
   (d) Enačba pravokotnice na dano premico v dani točki.
   (e) Podani sta implicitni enačbi premic in kot med njima.Izračunati manjkajoči koeficient v eni od enačb premic.
   (f) Enačba simetrale daljice AB, kjer je npr. $A(-1,3), B(5,1)$.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Normalna oblika enačbe premice
Pripomočki:

1. S pomočjo skice in segmentne oblike enačbe premice izpeljemo *normalno obliko* enačbe premice:

   - Vemo: $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$.
   - Označimo: p je (najkrajša) razdalja od izhodišča koordinatnega sistema do premice, tj. $p = d(O, T)$ in φ je kot med $\overline{OT}$ in osjo x.
   - Segmentno obliko enačbe pomnožimo s p, upoštevamo razmerja med odseki in dobimo

     $$x \cdot \cos\varphi + y \cdot \sin\varphi - p = 0$$

   - Če je premica podana implicitno, je normalna oblika enačbe premice enaka:

     $$\frac{ax + by - c}{\operatorname{sign} c\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

     Znak pred korenom mora biti tak, da ima svobodni člen $-\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ predznak minus.

2. Naredimo nekaj zgledov.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Razdalja točke od premice
Pripomočki:

1. Ponovimo: razdalja med dvema točkama je enaka $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2. Poznamo točko $T(x_1, y_1)$ in premico q v normalni obliki: $x \cdot \cos\varphi + y \cdot \sin\varphi - p = 0$ in želimo izračunati razdaljo d med njima.
   - Dobimo: $d = |x_1 \cdot \cos\varphi + y_1 \cdot \sin\varphi - p\,|$
   - Torej razdaljo dobimo tako, da v normalno obliko enačbe premice vstavimo koordinate točke T.
3. Naredimo nekaj zgledov.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: vaje

Poglavje: Ponavljanje za kontrolno nalogo
Pripomočki:

1. Grafi polinomov.
2. Ničle, poli, asimptote racionalnih funkcij.
3. Risanje grafov racionalnih funkcij.
4. Racionalne enačbe in neenačbe.
5. Kot med premicami.
6. Normalna oblika enačbe premice.
7. Razdalja med točkama.
8. Razdalja točke od premice.

Tema: Krivulje drugega reda
Poglavje: Kontrolna naloga
Oblika: preizkus znanja
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge:
   (a) Grafi polinomov.
   (b) Ničle, poli, asimptote racionalnih funkcij.
   (c) Risanje grafov racionalnih funkcij.
   (d) Racionalne enačbe in neenačbe.
   (e) Kot med premicama.
   (f) Normalna oblika enačbe premice.
   (g) Razdalja med točkama.
   (h) Razdalja točke od premice.

Tema: Krivulje drugega reda **Poglavje:** Krožnica
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Definicija: *Krivulja drugega reda* je množica točk (x, y), ki zadoščajo kvadratni enačbi $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$.
   - Homogene kvadratne enačbe (samo kvadratni členi).
   - Nehomogene kvadratne enačbe.
2. KROŽNICA
   - Presek stožca z ravnino.
   - Geometrijska definicija: Množica točk v ravnini, ki so enako oddaljene od izbrane točke.
   - Skica!
   - Enačba krožnice s središčem v koordinatnem izhodišču: $x^2 + y^2 = r^2$.
     -krožnica
     -notranjost kroga
     -zunanjost kroga
   - Enačba krožnice s središčem v S(p,q): $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$.
   - Dopolnitev do popolnega kvadrata.

Naloge:

1. Opiši množico točk, ki jo določa enačba:
   - $x^2 + y^2 - 5 = 0$
   - $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 14 = 0$

     $\vdots$
2. Načrtaj množico točk, ki jih določa enačba:
   - $x^2 + y^2 - 16 < 0$
   - $x^2 + y^2 - 9 > 0$

     $\vdots$

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna

Poglavje: Krožnica
Pripomočki:

1. Enačba krožnice skozi tri točke:
   - Rešujemo sistem treh enačb s tremi neznankami.
   - Rešimo nekaj primerov.
2. Središčna razdalja med dvema krožnicama.
   - Poiščemo koordinati središč.
   - Razdalja med središčema.
3. Enačba krožnice skozi dve točki in s središčem na dani premici.

Naloge:

1. Zapiši enačbo krožnice skozi točke:
   - $A(1,2), \quad B(3,-4), \quad C(6,2)$
   - $A(1,7), \quad B(-6,6), \quad C(2,0)$

   $\vdots$
2. Izračunaj središčno razdaljo med krožnicama:
   - $x^2+y^2-16 \quad \text{in} \quad x^2+y^2+4x-6y-12=0$

   $\vdots$

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Krožnica
Pripomočki:

1. Medsebojna lega dveh krožnic:
   - nimata nobene skupne točke
   - imata eno skupno točko
   - imata dve skupni točki
   - imata vse točke skupne
2. Tangenta na krožnico v točki $A(x_0, y_0)$:
   - Enačba: $xx_0 + yy_0 = r^2$

Naloge:

1. Nariši krožnice in poišči skupne točke.
2. Določi presečišče krožnice in premice.
3. Tangenta na krožnico.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: vaje
Poglavje: Krožnica
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo:
    - Opiši množico točk, ki jo določa enačba.
    - Nariši množico točk, ki jo določa enačba.
    - Dopolnjevanje do popolnega kvadrata.
    - Enačba krožnice skozi tri točke.
    - Medsebojna lega krožnic.
    - Središčna razdalja med krožnicama.
    - Tangenta na krožnico.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Elipsa
Pripomočki:

1. Analitična definicija: Elipsa je krivulja drugega reda, ki jo dobimo z raztegom krožnice $x^2 + y^2 = a^2$ v smeri osi y s faktorjem $\frac{b}{a}$.

   - Konstrukcija raztega:
     -krožnica $\mathcal{K}_1$ s polmerom a
     -istosrediščna krožnica $\mathcal{K}_2$ s polmerom b
     -poltrak iz izhodišča seka $\mathcal{K}_1$ v točki A in $\mathcal{K}_2$ v točki B
     -abscisa točke A in ordinata točke B sta koordinati točke T na elipsi (podobni trikotniki $OA'A$ in $OB'B$)
   - Središčna oblika enačbe: $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$
   - Segmentna oblika enačbe: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (središče je v koordinatnem izhodišču)
   - Če je središče v $S(p, q)$: $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$.
   - a je *velika polos* elipse.
   - b je *mala polos* elipse.
   - Krajišča ali temena elipse.
   - Simetrija glede na obe koordinatni osi.

Naloge:

1. Ugotovi ali je naslednja enačba res enačba elipse:
   - $50x^2 + 72y^2 = 1800$
   - $12x^2 + 3y^=72$
2. Zapiši središčno in segmentno obliko enačbe elipse:
   - $a = 3$, $b = 2$
   - $a = 6$, $b = 8$

   ⋮

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Elipsa
Pripomočki:

1. Geometrijska definicija: Elipsa je množica točk v ravnini, za katere velja, da je vsota razdalj od dveh izbranih točk F_1 in F_2 stalna. Točki F_1 in F_2 imenujemo *gorišči elipse.*

   - Vrtnarska konstrukcija elipse:
     -izberemo gorišči, tako da je $\overline{F_1F_2} = 2e$ (e imenujemo *linearna ekscentričnost*)
     -izberemo razdaljo med najbolj oddaljenima točkama elipse: $2a$ (in $2a > 2e$)
     -krajišči vrvice z dolžino $2a$ pritrdimo v gorišči
     -s pisalom vrvico napnemo in ob napeti vrvici vlečemo po listu papirja
     -Skica!

2. Geometrijska izpeljava enačbe:

   - elipso postavimo v koordinatni sistem: središče je $O(0,0)$, gorišči sta $F_1(-e,0)$ in $F_2(e,0)$
   - označimo: $T(x,y)$ je točka na elipsi, $\overline{F_1T} = r_1$ in $\overline{TF_2} = r_2$
   - trikotnik F_1F_2T razdelimo na dva pravokotna trikotnika
   - Pitagorov izrek: $r_1^2 = y^2 + (x+e)^2$ in $r_2^2 = y^2 + (e-x)^2$
   - enačbi odštejemo, upoštevamo, da je $r_1 + r_2 = 2a$ in dobimo $r_1 = a + \frac{e}{a}x$ in $r_2 = a - \frac{e}{a}x$
   - označimo: $\frac{e}{a} = \epsilon$, ϵ je *numerična ekscentričnost*
   - enačbo $r_1 = a + \epsilon x$ vstavimo v enačbo za r_1^2, uredimo, upoštevamo, da je $a > e$ in za $a^2 - e^2 = b^2$ dobimo enačbo elipse

Naloge:

1. Zapišimo enačbo elipse, če je:

   - $a = 12$ in $e = 3$
   - $e = 4$ in $\epsilon = 2$

2. Kakšno množico točk določa enačba:

   - $4x^2 + 9y^2 - 8x + 9 = 0$
   - $x^2 + 4y^2 + 2x - 3 = 0$

   ⋮

Tema: Krivulje drugega reda
Poglavje: Elipsa
Oblika: vaje
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo:
   - Konstrukcija elipse in njena enačba.
   - Izračunaj polosi in linearno ekscentričnost.
   - Premakni elipso in zapiši njeno enačbo.
   - Kakšno množico točk določa enačba.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Hiperbola
Pripomočki:

1. Analitična definicija:
   - Hiperbola je množica točk v ravnini, ki ustreza enačbi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.
   - Simetrija glede na koordinatni osi in izhodišče.
   - Asimptoti: $y = \pm\frac{b}{a}x$
   - Pišemo tudi: $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$.
   - a je realna polos, b je imaginarna polos.
2. Graf:
   -izračunamo ničli: $x = \pm a$
   -risati začnemo v prvem kvadrantu
   -graf se bliža asimptoti
   -simetrija glede na x os
   -simetrija glede na y os
3. Geometrijska definicija:
   - Hiperbola je množica točk v ravnini, za katere velja, da je absolutna vrednost razlike razdalj od dveh vnaprej izbranih točk (gorišč) konstantna.
   - Konstrukcija:
     -narišemo krožnico s polmerom e (e je linearna ekscentričnost, $F_1(-e, 0)$ in $F_2(e, 0)$ sta gorišči)
     -narišemo premici $y = \pm\frac{b}{a}x$ (asimptoti)
     -vidimo: $a^2 + b^2 = e^2$
     -gorišče leži zunaj temena: $e > a$
     -narišemo hiperbolo
     -izberemo T na hiperboli
     -povežemo gorišči s točko $T \Longrightarrow |r_1 - r_2| = 2a$

Naloge:

1. Načrtaj hiperbolo in napiši njeno enačbo.
2. Izračunaj polosi in linearno ekscentričnost hiperbole.
3. Kakšno množico točk določa enačba.

Tema: Krivulje drugega reda
Poglavje: Hiperbola
Oblika: frontalna
Pripomočki:

1. Geometrijska izpeljava enačbe hiperbole:
   - Dobimo podobno kot pri elipsi: $r_1^2 = y^2 + (x+e)^2$ in $r_2^2 = y^2 + (x-e)^2$.
   - Enačbi odštejemo, upoštevamo, da je $|r_1 - r_2| = 2a$ in dobimo: $r_1 = \epsilon x + a$ in $r_2 = \epsilon x - a$
   - Vstavimo vrednost za r_1 v enačbo za r_1^2, uredimo in za $e^2 - a^2 = b^2$ dobimo enačbo hiperbole.
   - Premik hiperbole za vektor $\overrightarrow{s} = (p, q)$: $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$.

Naloge:

1. Kaj določa enačba $4x^2 - y^2 - 16x - 2y + 11 = 0$?
2. Prezrcali dano hiperbolo prek simetrale lihih kvadrantov.
3. Napiši enačbo hiperbole z osmi na koordinatnih oseh, če je znana asimptota in točka na hiperboli.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: vaje
Poglavje: Hiperbola
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo:
   - Načrtaj hiperbolo in napiši njeno enačbo.
   - Izračunaj polosi in linearno ekscentričnost.
   - Kakšno množico točk določa enačba ?
   - Pokaži, da enačba določa hiperbolo.
   - Določi gorišči hiperbole.
   - Določi temeni in asimptoti hiperbole.
   - Kdaj sta asimptoti pravokotni?

Tema: Krivulje drugega reda **Poglavje:** Parabola
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Spomnimo se: $y = x^2$
   - inverzna funkcija: $y = \sqrt{x} \Longrightarrow y^2 = x$
   - razteg v smeri y: $y^2 = 2px$, (*temenska enačba parabole*), p je parameter
2. Geometrijska definicija parabole: Parabola je množica točk v ravnini, ki so enako oddaljene od vnaprej izbrane premice (vodnice) in od vnaprej izbrane točke (gorišča).
   - *Os parabole* je premica, ki poteka skozi gorišče in je pravokotna na vodnico.
   - *Teme* parabole je presečišče parabole z njeno osjo.
   - Načrtajmo parabolo $y^2 = 2px$:
     -točka O(0,0) je teme parabole
     -za $p > 0$ in $x < 0$ parabola nima realnih točk
     -za $x > 0$ dobimo: $y = \pm\sqrt{2px}$
     -simetrija glede na x os, ki je *os parabole*
     -za $x = \frac{p}{2}$ dobimo $y = \pm p$
   - Točka $F(\frac{p}{2}, 0)$ je gorišče parabole.
   - Točki $T(\frac{p}{2}, \pm p)$ sta enako oddaljeni od vodnice ($x = -\frac{p}{2}$) parabole in njenega gorišča.

Naloge:

1. Napiši enačbo parabole z goriščem na osi x in temenom v koordinatnem izhodišču, če gre skozi točko $A(1, 3)$.
2. Nariši parabolo.
3. Kakšno množico točk določa enačba?
4. Izračunaj gorišče parabole.

Tema: Krivulje drugega reda **Poglavje:** Parabola
Oblika: frontalna **Pripomočki:**

1. Geometrijska konstrukcija parabole:
   - Imamo gorišče F in vodnico v.
   - Skozi gorišče postavimo pravokotnico n na vodnico.
   - Presečišče med vodnico v in osjo n označimo s P.
   - Razpolovišče O daljice FP je teme parabole.
   - Točko M na paraboli, ki je enako oddaljena od v in F konstruiramo:
     -narišemo poljubno pravokotnico a na vodnico; nožišče označimo z A
     -narišemo zveznico AF
     -presečišče simetrale daljice AF s pravokotnico a je iskana točka M.
2. Geometrijska izpeljava enačbe premice:
   - Skica!
   - Naj os x leži na osi parabole, os y pa je pravokotnica na os skozi teme O.
   - Razdalja $\overline{PF} = p$ je parameter.
   - Točka $T(x, y)$ naj bo tekoča točka na paraboli.
   - Točka N leži na vodnici na isti višini kot točka T.
   - S slike razberemo: $\overline{TN} = x + \frac{p}{2}$ in $\overline{TF}^2 = y^2 + (\frac{p}{2} - x)^2$
   - Ker je $\overline{TF} = \overline{TN}$, lahko enačimo tudi njuna kvadrata in dobimo *temensko enačbo* parabole: $y^2 = 2px$, $(p > 0)$
3. Premik parabole za vektor (a, b): $(y - b)^2 = 2p(x - a)$.

Naloge:

1. Napiši enačbo parabole.
2. Nariši parabolo.
3. Premakni parabolo in zapiši njeno enačbo.
4. Izračunaj gorišče parabole.
5. Kakšno množico točk določa enačba?

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Presečišča krivulj 2. reda
Pripomočki:

1. Sistem kvadratne in linearne enačbe:
   - Presek premice in stožnice:
     (a) Izrazimo y iz enačbe premice in ga vstavimo v enačbo stožnice.
     (b) Nalogo lahko rešimo tudi grafično.
2. Sistem dveh kvadratnih enačb:
   - Presek dveh stožnic:
     (a) Po metodi nasprotnih koeficientov iz enačb izločimo kvadrat ene neznanke.
     (b) Iz dobljene enačbe izrazimo neznanko, katere kvadrat smo izločili.
     (c) Izraz vstavimo v eno izmed enačb namesto te neznanke.
   - Nalogo lahko rešimo tudi grafično.

Naloge:

1. Izračunaj presečišče krivulje in premice.
2. Izračunaj presečišča krivulj.
3. Izračunaj presečišča krožnic.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: frontalna
Poglavje: Presečišča krivulj 2. reda
Pripomočki:

1. Tangenta na krožnico:
   - Iz enačbe premice izrazimo y in ga vstavimo v enačbo krožnice.
   - Enačbo uredimo in ker želimo, da je premica tangenta krožnice, mora imeti enačba en dvojni koren. Torej mora biti diskriminanta enaka nič.
2. Tangenta na elipso:
   - Postopek je enak kot pri krožnici.
3. Tangenta na hiperbolo:
   - Postopek je enak kot pri elipsi, le namesto b^2 je sedaj $-b^2$.
4. Tangenta na parabolo:
   - Sistem rešujemo tako, da izločimo x.
   - Spet mora biti diskriminanta enaka nič, pri čemer upoštevamo, da je $p \neq 0$.

Naloge:

1. Za kateri n je dana premica tangenta krivulje?
2. Reši sisteme enačb.
3. Ali je premica tangenta na krivuljo?
4. Sistem reši grafično.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: vaje
Poglavje: Ponavljanje za 3. šolsko nalogo
Pripomočki:

1. Dijaki rešujejo naloge na tablo:
   - Racionalne funkcije:
     (a) Ničle, poli, asimptote.
     (b) Grafi racionalnih funkcij.
     (c) Racionalne enačbe in neenačbe.
   - Krivulje drugega reda:
     (a) Kot med premicama.
     (b) Razdalja med točkama.
     (c) Razdalja točke od premice.
     (d) Stožnice:
       - Krožnica.
       - Elipsa.
       - Hiperbola.
       - Parabola.
       - Tangenta na stožnico.
       - Sistemi enačb 2. reda.

Tema: Krivulje drugega reda **Poglavje:** 3. šolska naloga
Oblika: preizkus znanja **Pripomočki:**

1. Dijaki rešujejo naloge:
   - Racionalne funkcije:
     (a) Ničle, poli, asimptote.
     (b) Grafi racionalnih funkcij.
     (c) Racionalne enačbe in neenačbe.
   - Krivulje drugega reda:
     (a) Kot med premicama.
     (b) Razdalja med točkama.
     (c) Razdalja točke od premice.
     (d) Stožnice:
       - Tangenta na stožnico.
       - Sistemi enačb 2. reda.

Tema: Krivulje drugega reda
Oblika: vaje
Poglavje: Ponavljanje in utrjevanje snovi
Pripomočki:

1. V tem sklopu so štete naslednje ure:
   - Poprava kontrolnih nalog (6 ur).
   - Ure, ki so odpadle zaradi športnih, kulturnih in ostalih dni.
   - Ure 'zabavne' matematike pred prazniki.
   - Ure, ki ostanejo za ponavljanje in utrjevanje snovi.